| Name: | Math 260 |
|-------------|--------------|
| Start Time: | Quiz 6 (30 m |
| End Time: | |
| Date: | |

1. (1 point) Write out the cofactor expansion for the determinant below. Do not calculate any determinants.

6 (30 min)

- $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & -4 & 2 & -2 \\ 2 & -5 & 1 & 6 \\ 8 & 7 & -1 & -5 \end{vmatrix}$
- I expanded along the 1st row

$$= +5 \begin{vmatrix} -4 & 2 & -2 \\ -5 & 1 & 6 \\ 7 & -1 & -5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 6 \\ 8 & -1 & -5 \end{vmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & -2 \\ 8 & 7 & -5 \\ 8 & 7 & -5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 2 & -5 & 6 \\ 8 & 7 & -5 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix}$$

2. (2 points) After the sequence of row operations indicated below, matrix A is transformed into matrix D. If $D = \begin{bmatrix} -6 & 13 & 0\\ 0 & 2 & 29 \end{bmatrix}, \text{ find det } (A).$



101= (-6) (2)(5) = -60 and 101 = -4141, 50

$$|A| = \frac{|D|}{-4} = \frac{-60}{-4} = \frac{15}{15}$$

3. (2 points) If A and B are $n \times n$ matrices with det(A) = 3 and det(B) = -2, find $det(B^{-1}A^2A^TB^TA^{-1}B^2)$.

$$|B^{-1}A^{2}A^{T}B^{T}A^{-1}B^{2}| = |B^{-1}||A^{2}||A^{T}||B^{T}||A^{-1}||B^{2}|$$

= $\frac{1}{|B|}||A|^{2}|A^{T}||B||\frac{1}{|A|}||B|^{2} = |A|^{2}|B|^{2} = (3)^{2}(-2)^{2}$
= $(9)(4) = |36|$

4. (1, 3, 1 points) If
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
, find

a) det (*A*)

$$40+0+6 = 46$$

$$2 - 4 - 46 = -50$$

$$-4+0+0 = -41$$

b) adj(A)

$$= \begin{bmatrix} | 40 \\ 0-1 \\ -| 5-1 \\ | 50 \\ -| 5-1 \\ | 50 \\ -| 5-1 \\ | 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -| 50 \\ -|$$

c) Use your answers from parts a and b to find A^{-1}

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} a d'_{5}{}^{\prime}(A) = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -4 - 3 - 8 \\ 2 - 11 + 4 \\ -20 - 15 - 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{25} & \frac{3}{50} & \frac{4}{25} \\ -\frac{1}{25} & \frac{11}{50} & -\frac{2}{35} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Extra Credit

1. (3 points) Prove: If A is an invertible $n \times n$ matrix and $A^2 = A$, then det(A) = 1.

 $A^{2}=A \implies |A^{2}|=|A| \implies |A|^{2}=|A|.$ Since A is invertible, $|A|\neq 0$, so we can divide both sides by |A| $\implies \frac{|A|^{2}}{|A|} = |A| \implies |A| = 7 [|A| = 1]$

2. (3 points) Using the formula det(AB) = det(A) det(B), prove the following statement: If A and B are invertible $n \times n$ matrices, then AB is also an invertible matrix.